

ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕГРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ СЕЙСМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Назаров Ю.П., д.т.н., **Симбиркин В.Н.**, к.т.н., **Филимонов А.В.**, инж.
ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, ЕВРОСОФТ, г. Москва

Введение

В проектной практике расчет зданий и сооружений на сейсмические воздействия выполняют, как правило, в частотной области линейно-спектральным методом с определением максимальных сейсмических нагрузок по спектрам ответа в зависимости от частот и форм собственных колебаний конструкции. Однако полную информацию об изменяющемся во времени напряженно-деформированном состоянии конструкций при землетрясении дает динамический расчет с определением реакции сооружения во временной области. Необходимость такого расчета отмечена, например, в нормах проектирования атомных станций НП-031-01, а также в СНиП II-7-81* при проектировании «особо ответственных сооружений и высоких (более 16 этажей) зданий». При использовании обоих методов расчетные параметры сейсмических воздействий необходимо определять на основе геолого-геофизической, геодинамической и сейсмологической информации для конкретного района строительства.

В последние годы в практику проектирования зданий и сооружений все больше внедряются расчеты с применением пространственных расчетных схем. Применение пространственных расчетных динамических моделей требует, соответственно, использования пространственных моделей и для сейсмических воздействий, поскольку, как хорошо известно, движение грунта при землетрясении далеко не ограничивается однокомпонентными поступательными перемещениями [1]. Независимо от характера причин землетрясений, сейсмические воздействия носят явно выраженный сложный волновой характер, который подтверждается многочисленными наблюдениями и записями движений грунта [2].

В данной работе представлены методики расчета пространственных моделей сооружений методом конечных элементов на основе использования пространственной интегральной модели воздействия [3], описывающей сейсмическое движение массива грунта векторами ускорений поступательного и вращательного движения, которые могут быть произвольно ориентированы в пространстве. Даны решения задачи о вынужденных колебаниях конструкции при землетрясении во временной области. Определены характеристики используемой модели воздействия на основе рассмотрения процессов распространения сейсмических волн. Представленные в статье методики реализованы в программных средствах серии **STARK ES**, предназначенных для массового применения при строительном проектировании. Приведены некоторые результаты динамического расчета многоэтажного здания.

1. Реакция конструкции на сейсмическое воздействие

Для определения отклика рассматриваемой конструкции на сейсмическое воздействие во времени рассматривается процесс ее вынужденных колебаний, описываемый дифференциальным уравнением второго порядка:

$$M\ddot{U}(t) + C\dot{U}(t) + KU(t) = \vec{F}(t), \quad (1)$$

где (при использовании метода конечных элементов)

M – матрица масс системы;

C – матрица демпфирования;

K – матрица жесткости системы;

$\vec{U}(t)$ – вектор узловых перемещений;

$\vec{F}(t)$ – вектор узловых сил, характеризующий внешнее динамическое воздействие.

В общем случае уравнение (1) является нелинейным при $K = K(U)$. Для его решения применяют шаговое интегрирование с разделением параметров реакции на малые по времени приращения с допущением о постоянстве характеристик сооружения в пределах каждого такого интервала [1], [4]. Однако следует заметить, что адекватное представление несущей системы здания или сооружения, как правило, требует применения пространственной расчетной схемы большой размерности (количество неизвестных обычно имеет порядок 10^4 - 10^6). Поэтому при интегрировании системы (1) зачастую необходимо понижать размерность задачи путем конденсации динамических неизвестных [5]-[7].

Для линейно деформируемых систем при постоянной матрице жесткости проинтегрировать систему (1) можно значительно проще, используя метод разложения по собственным формам. В пространстве собственных форм система уравнений равновесия (1) разделяется, и вектор перемещений $\vec{U}(t)$ можно аппроксимировать суммой по p учитываемым собственным формам [1]:

$$\vec{U}(t) = \Phi^T \vec{\Psi}(t); \quad \Phi = [\vec{\varphi}_1 \quad \vec{\varphi}_2 \quad \dots \quad \vec{\varphi}_p], \quad (2)$$

где

$\Phi[n \times p]$ – матрица собственных форм системы, в которой столбцами являются собственные формы;

n – количество степеней свободы (в общем случае – 6 степеней свободы в узле);

$\vec{\varphi}_j$ – вектор j -й формы собственных колебаний;

p – количество учитываемых форм и частот колебаний;

$\vec{\Psi}(t)$ – вектор модальных коэффициентов.

Формы колебаний ортонормированны по отношению к матрице масс:

$$\Phi^T M \Phi = E, \quad (3)$$

где E – единичная матрица.

Для выполнения условия (3) производим нормировку собственных векторов:

$$\vec{\varphi}_j = \vec{v}_j \hat{M}_j^{1/2},$$

где

\vec{v}_j – произвольно определенный вектор j -й собственной формы;

$\hat{M}_j = \vec{v}_j^T M \vec{v}_j$ – модальная масса j -й собственной формы.

Матрица демпфирования C задается таким образом, чтобы выполнялось соотношение:

$$\vec{\varphi}_i^T C \vec{\varphi}_j = 2\omega_j \xi_i \delta_{ij}, \quad (4)$$

где

ω_j – частота j -й формы колебаний;

ξ_i – коэффициент демпфирования для i -й формы колебаний;

δ_{ij} – символ Кронекера.

Такое представление демпфирования означает, что общая диссипация энергии в системе складывается из суммы энергий, поглощенных по каждой из собственных форм. Этот способ аппроксимации суммарной диссипации энергии имеет ограничения для конструкций, обладающих широким спектром свойств материалов, например, при исследовании взаимодействия сооружения с основанием или при наличии местных демпферов.

После подстановки (3) в уравнения (1) получаем:

$$\Phi^T M \Phi \ddot{\Psi}(t) + \Phi^T C \Phi \dot{\Psi}(t) + \Phi^T K \Phi \bar{\Psi}(t) = \Phi^T \bar{F}(t). \quad (5)$$

Преобразуем систему (5), используя свойство ортогональности собственных форм $\Phi^T K \Phi = \Omega^2$, где Ω^2 – диагональная матрица с элементами ω_j^2 . В результате получим систему из p независимых уравнений вида:

$$\Psi_j(t) + 2\omega_j \xi_j \dot{\Psi}_j(t) + \omega_j^2 \Psi_j(t) = \chi_j(t). \quad (6)$$

Правые части уравнений (6) получим, рассматривая сейсмическую нагрузку на систему как кинематическое воздействие с переменным во времени полем ускорений. При этом используем интегральную модель сейсмического воздействия [3], согласно которой сейсмическое движение грунта основания конструкции описывается вектором ускорения поступательного движения \ddot{X} и вектором ускорения ротации $\ddot{\alpha}$. В общем случае для пространственной задачи могут быть определены три компоненты вектора \ddot{X} и три компоненты вектора $\ddot{\alpha}$: $\ddot{X}^T = \|\dot{X}_1(t), \dot{X}_2(t), \dot{X}_3(t)\|$, $\ddot{\alpha}^T = \|\dot{\alpha}_1(t), \dot{\alpha}_2(t), \dot{\alpha}_3(t)\|$.

В j -м уравнении правая часть может быть представлена как:

$$\chi_j(t) = \bar{\varphi}_j^T M \left(A \bar{Q}_{\ddot{X}}(t) + B \bar{Q}_{\ddot{\alpha}}(t) \right), \quad (7)$$

где матрица A выражает взаимосвязь между инерциальными осями, в которых определен вектор ускорения поступательного движения грунта \ddot{X}_0 , и осями $Ox_1x_2x_3$, неизменно связанными с грунтовым основанием, в которых определен вектор углового ускорения $\ddot{\alpha}$; аналогично матрица B устанавливает взаимосвязь между осями $Ox_1x_2x_3$ и локальными осями узлов конечно-элементной модели.

В (1.7) $\bar{Q}_{\ddot{X}}(t)$ и $\bar{Q}_{\ddot{\alpha}}(t)$ – блочные вектора, составленные в порядке нумерации узлов из трехкомпонентных векторов \ddot{X} и $\ddot{\alpha}$ соответственно.

Таким образом, исходными данными для определения $\chi_j(t)$ являются $\dot{X}_i(t)$ и $\dot{\alpha}_i(t)$ – компоненты векторов ускорений сейсмического движения грунта. Компонентами вектора \ddot{X} являются зарегистрированные либо синтезированные акселерограммы.

Подход по определению компонент вектора $\ddot{\alpha}$, основанный на установлении соотношений между спектрами компонент двух векторов, представлен в следующем разделе.

2. Характеристики сейсмического воздействия

Для интегральной модели сейсмического воздействия задаются осредненные характеристики с выделением равномерной (поступательной) и неравномерной (вращательной) частей движения. Неравномерная часть движений определяется ротационными свойствами поля сейсмических деформаций грунта в основании сооружения. Ротация грунта имеет место при распространении сдвиговых (поперечных) и поверхностных сейсмических волн, т.е. в S и L фазах землетрясений.

Анализ ротационных свойств поля сейсмических движений грунта в основании сооружения выполним на основе обобщенной локальной модели распространения сейсмических волн, когда в направлении трех ортогональных осей распространяются спектры продольных и поперечных волн. Для произвольного гармонического k -го члена спектральных рядов компонент вектора перемещений можно записать следующие монохроматические разложения:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= u_1 + v_1 + w_1 = A_{11}f_1(x_1 - c_1t) + A_{12}\varphi_1(x_2 - c_2t) + A_{13}\psi_1(x_3 - c_2t); \\ x_2 &= u_2 + v_2 + w_2 = A_{21}f_2(x_1 - c_2t) + A_{22}\varphi_2(x_2 - c_1t) + A_{23}\psi_2(x_3 - c_2t); \\ x_3 &= u_3 + v_3 + w_3 = A_{31}f_3(x_1 - c_1t) + A_{32}\varphi_3(x_2 - c_2t) + A_{33}\psi_3(x_3 - c_1t), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $A_{ij} = A_{ij}(X_1, X_2, X_3, t)$ и $f_i(\dots)$, $\varphi_i(\dots)$, $\psi_i(\dots)$ – амплитудные и волновые функции монохроматических волн; c_1 и c_2 – фазовые скорости P - и S -волн.

Аналогично (8) имеют место разложения для каждого гармонического члена спектральных рядов компонент векторов скорости $\dot{\vec{X}}(t)$ и ускорения $\ddot{\vec{X}}(t)$:

$$\dot{x}_i = \dot{u}_i + \dot{v}_i + \dot{w}_i \quad \text{и} \quad \ddot{x}_i = \ddot{u}_i + \ddot{v}_i + \ddot{w}_i \quad (i = 1, 2, 3). \quad (9)$$

Реализация общих решений по оценке ротационных свойств полей сейсмического движения грунта требует определения спектров амплитудных коэффициентов A_{ij} и их

производных $\bar{A}_{ij}^{(p)}(\dots) \left(\|\bar{A}_{ij}^{(p)}\| = \left\| \frac{1}{A_{ij}} \frac{\partial A_{ij}}{\partial x_p} \right\| \right)$ и $\bar{A}_{ij}^{(t)}(\dots) \left(\|\bar{A}_{ij}^{(t)}\| = \left\| \frac{1}{A_{ij}} \frac{\partial A_{ij}}{\partial t} \right\| \right)$, которые являются

волновыми характеристиками, определяются для каждой частоты ω_k и зависят от типа сейсмических волн. При реализации общих решений в частотной области получены следующие соотношения между спектральными коэффициентами:

$$\left. \begin{aligned}
 A_k^{\alpha_1} &= \frac{1}{2} \left[\bar{A}_{31}^{(2)} A_k^{\ddot{u}}_3 - \bar{A}_{21}^{(3)} A_k^{\ddot{u}}_2 + \left(\bar{A}_{32}^{(2)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{32}^{(t)} \right) \bar{A}_k^{\ddot{v}}_3 - \bar{A}_{22}^{(3)} \bar{A}_k^{\ddot{v}}_2 + \right. \\
 &+ \left. \bar{A}_{33}^{(2)} A_k^{\ddot{w}}_3 - \left(\bar{A}_{23}^{(3)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{23}^{(t)} \right) \bar{A}_k^{\ddot{w}}_2 + \frac{\omega_k}{c_2} (B_k^{\ddot{w}}_2 - B_k^{\ddot{v}}_3) \right]; \\
 B_k^{\alpha_1} &= \frac{1}{2} \left[\bar{A}_{31}^{(2)} B_k^{\ddot{u}}_3 - \bar{A}_{21}^{(3)} B_k^{\ddot{u}}_2 + \left(\bar{A}_{32}^{(2)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{32}^{(t)} \right) \bar{B}_k^{\ddot{v}}_3 - \bar{A}_{22}^{(3)} B_k^{\ddot{v}}_2 + \right. \\
 &+ \left. \bar{A}_{33}^{(2)} B_k^{\ddot{w}}_3 - \left(\bar{A}_{23}^{(3)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{23}^{(t)} \right) \bar{B}_k^{\ddot{w}}_2 - \frac{\omega_k}{c_2} (A_k^{\ddot{w}}_2 - A_k^{\ddot{v}}_3) \right]; \\
 A_k^{\alpha_2} &= \frac{1}{2} \left[\bar{A}_{11}^{(1)} A_k^{\ddot{u}}_1 - \left(\bar{A}_{31}^{(1)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{31}^{(t)} \right) \bar{A}_k^{\ddot{u}}_3 + \bar{A}_{12}^{(3)} \bar{A}_k^{\ddot{v}}_1 - \bar{A}_{32}^{(1)} \bar{A}_k^{\ddot{v}}_3 + \right. \\
 &+ \left. \left(\bar{A}_{13}^{(3)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{13}^{(t)} \right) \bar{A}_k^{\ddot{w}}_1 - \bar{A}_{33}^{(1)} A_k^{\ddot{w}}_3 + \frac{\omega_k}{c_2} (B_k^{\ddot{u}}_3 - B_k^{\ddot{w}}_1) \right];
 \end{aligned} \right\} \quad (10_1)$$

$$\left. \begin{aligned}
 B_k^{\alpha_2} &= \frac{1}{2} \left[\bar{A}_{11}^{(1)} B_k^{\ddot{u}}_1 - \left(\bar{A}_{31}^{(1)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{31}^{(t)} \right) \bar{B}_k^{\ddot{u}}_3 + \bar{A}_{12}^{(3)} \bar{B}_k^{\ddot{v}}_1 - \bar{A}_{32}^{(1)} \bar{B}_k^{\ddot{v}}_3 + \right. \\
 &+ \left. \left(\bar{A}_{13}^{(3)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{13}^{(t)} \right) \bar{B}_k^{\ddot{w}}_1 - \bar{A}_{33}^{(1)} B_k^{\ddot{w}}_3 - \frac{\omega_k}{c_2} (A_k^{\ddot{u}}_3 - A_k^{\ddot{w}}_1) \right]; \\
 A_k^{\alpha_3} &= \frac{1}{2} \left[\left(\bar{A}_{21}^{(1)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{21}^{(t)} \right) \bar{A}_k^{\ddot{u}}_2 - \bar{A}_{11}^{(2)} \bar{A}_k^{\ddot{u}}_1 + \bar{A}_{22}^{(1)} \bar{A}_k^{\ddot{v}}_2 - \left(\bar{A}_{12}^{(2)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{12}^{(t)} \right) \bar{A}_k^{\ddot{u}}_1 + \right. \\
 &+ \left. \bar{A}_{23}^{(1)} A_k^{\ddot{w}}_2 - \bar{A}_{13}^{(2)} A_k^{\ddot{w}}_1 + \frac{\omega_k}{c_2} (B_k^{\ddot{v}}_1 - B_k^{\ddot{u}}_2) \right]; \\
 B_k^{\alpha_3} &= \frac{1}{2} \left[\left(\bar{A}_{21}^{(1)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{21}^{(t)} \right) \bar{B}_k^{\ddot{u}}_2 - \bar{A}_{11}^{(2)} \bar{B}_k^{\ddot{u}}_1 + \bar{A}_{22}^{(1)} \bar{B}_k^{\ddot{v}}_2 - \left(\bar{A}_{12}^{(2)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{12}^{(t)} \right) \bar{B}_k^{\ddot{u}}_1 + \right. \\
 &+ \left. \bar{A}_{23}^{(1)} B_k^{\ddot{w}}_2 - \bar{A}_{13}^{(2)} B_k^{\ddot{w}}_1 - \frac{\omega_k}{c_2} (A_k^{\ddot{v}}_1 - A_k^{\ddot{u}}_2) \right];
 \end{aligned} \right\} \quad (10_2)$$

где $A_k^{\alpha_i}$ и $B_k^{\alpha_i}$ – четные и нечетные спектральные коэффициенты ряда Фурье для процессов i -й компоненты вектора углов вращения $\ddot{\alpha}(t)$ ($i=1, 2, 3$), а $A_k^{\ddot{u}}_i, A_k^{\ddot{v}}_i, A_k^{\ddot{w}}_i$ и $B_k^{\ddot{u}}_i, B_k^{\ddot{v}}_i, B_k^{\ddot{w}}_i$ – четные и нечетные спектральные коэффициенты ряда Фурье для процессов $\ddot{u}_i(t), \ddot{v}_i(t)$ и $\ddot{w}_i(t)$, которые определяются через аналогичные коэффициенты компонент регистрируемого вектора ускорений $\ddot{\ddot{X}}(t)$ на основании разложений (8):

$$A_k^{X_i} = A_k^{\ddot{u}}_i + A_k^{\ddot{v}}_i + A_k^{\ddot{w}}_i \quad \text{и} \quad B_k^{X_i} = B_k^{\ddot{u}}_i + B_k^{\ddot{v}}_i + B_k^{\ddot{w}}_i \quad (i=1, 2, 3).$$

Заметим, что в (10) производные амплитудных коэффициентов $\bar{A}_{ij}^{(p)}(\dots)$ и $\bar{A}_{ij}^{(t)}(\dots)$ определяются по данным волновых характеристик при значениях частоты ω_k ,

Опубликовано: Назаров Ю.П., Симбиркин В.Н., Филимонов А.В. Динамический расчет пространственных сооружений с использованием интегральной модели сейсмического воздействия// Доклады VI Российской национальной конференции по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию, г. Сочи, 19-24 сентября 2005 г. – 8 с.

соответствующей частоте k -й составляющей спектрального ряда, т.е., строго, для этих коэффициентов так же следовало бы ввести индекс " k ", но в этом случае усложняются обозначения.

Таким образом, зависимости (10) устанавливают соотношения между спектрами компонент вектора поступательного движения и вращения грунтовой среды при распространении сейсмических волн. Обратное преобразование Фурье позволяет получить устойчивые результаты по оценке ротации грунта с ее физическим объяснением.

3. Примеры расчета

Представленные в двух предыдущих разделах методики определения расчетных параметров сейсмических воздействий и динамического расчета сооружений на такие воздействия реализованы в программных средствах массового назначения **STARK ES** и **ОДИССЕЙ**, разработанных в ООО «ЕВРОСОФТ», г. Москва. Результаты расчета, приведенные ниже, были получены с помощью этих программ.

В качестве примера был рассмотрен монолитный железобетонный рамно-связевый каркас 16-этажного жилого дома. Расчетная конечно-элементная модель каркаса приведена на рис. 1.

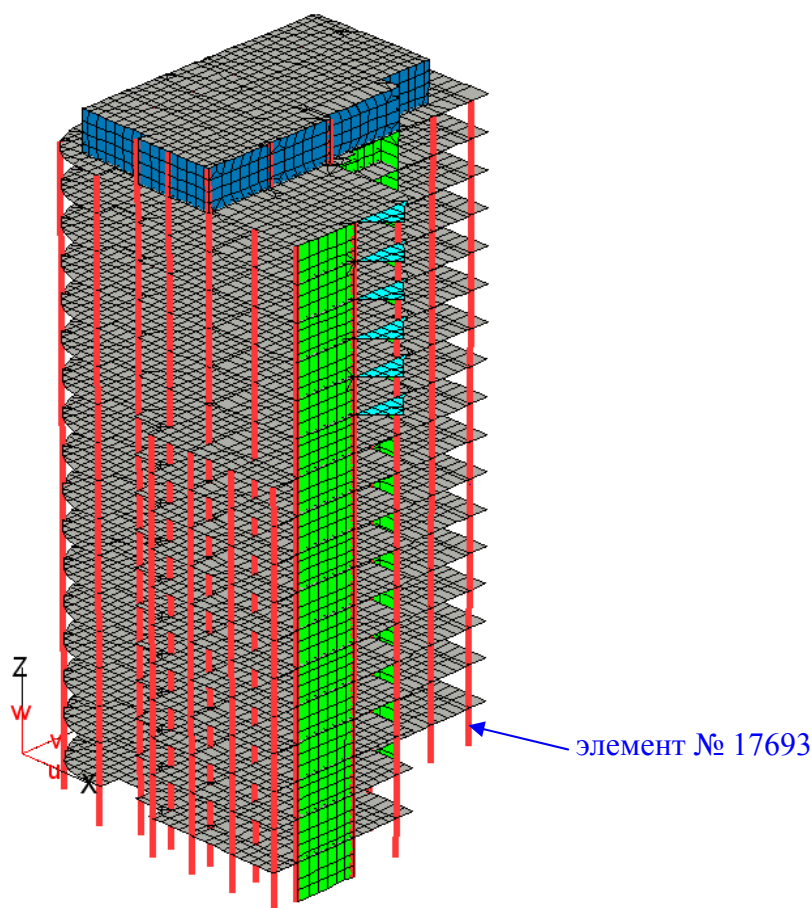


Рис. 1. Расчетная КЭ модель каркаса здания

Каркас был рассчитан на действие постоянных и временных вертикальных статических нагрузок, а также была определена динамическая реакция каркаса на сейсмическое воздействие во временной области. Параметры рассматриваемого сейсмического воздействия были получены путем обработки инструментальных записей движения

грунта при реальном землетрясении. При динамическом расчете было учтено 10 форм собственных колебаний каркаса с периодами 0.185...1.581 с; коэффициенты демпфирования ξ_i для каждой формы колебаний были приняты одинаковыми и равными 0,1.

В таблице 1 приведены максимальные (амплитудные) значения усилия в одной из колонн нижнего яруса каркаса здания (элемент № 17693, см. рис. 1), полученные при учете в расчете только вектора поступательного движения и обоих векторов поступательного и вращательного движения основания.

Таблица 1

Усилие	при учете только \ddot{X}	при учете \ddot{X} и $\ddot{\alpha}$
N , кН	1308	1738
M_x , кНм	25.3	23.4
M_y , кНм	6.5	8.3

На рис. 2 представлены графики функций прочности данной колонны (изменяющегося во времени коэффициента развития пластических деформаций k_p) при квадратном сечении колонны со стороной 50 см и продольном армировании в виде 4 стержней диаметром 28 мм из стали класса АIII.

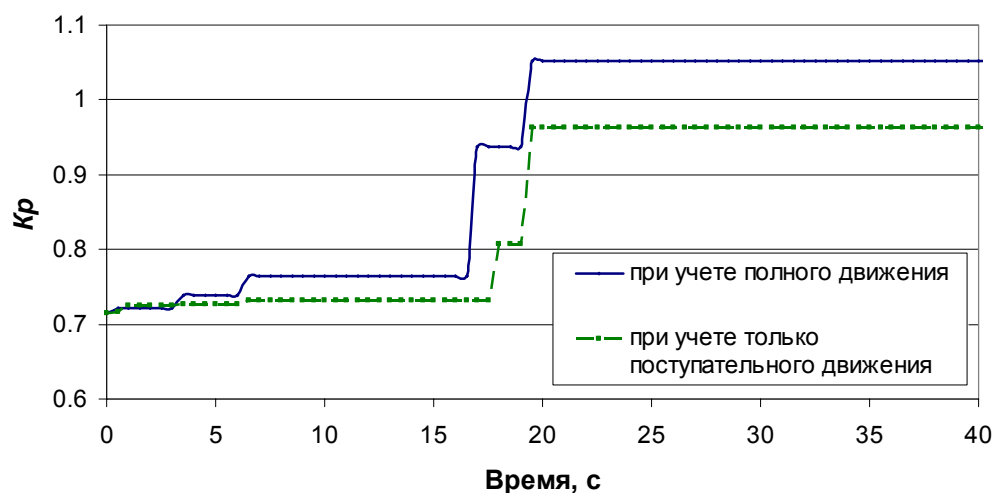


Рис. 2. Прочностные функции

Значение коэффициента k_p более 1.0 свидетельствует о недопустимом уровне развития пластических деформаций. Как видно из рис. 2, в нашем случае примерно по прошествии 20 с после начала воздействия полный эффект воздействия привел к недопустимому уровню неупругого деформирования, тогда как при учете только поступательного движения грунта принятое сечение и армирование колонны было бы достаточным.

4. Заключение

1. Разработана методика определения расчетных параметров пространственной интегральной модели сейсмического воздействия с учетом волнового характера процесса движения земной коры при землетрясении. Дано решение задачи о вынужденных колебаниях системы, полученное на основе метода разложения

Опубликовано: Назаров Ю.П., Симбиркин В.Н., Филимонов А.В. Динамический расчет пространственных сооружений с использованием интегральной модели сейсмического воздействия// Доклады VI Российской национальной конференции по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию, г. Сочи, 19-24 сентября 2005 г. – 8 с.

динамической реакции по собственным формам. Представленные методики и алгоритмы реализованы в программных средствах массового назначения.

2. Учет пространственного характера сейсмического воздействия позволяет получить расчетное напряженно-деформированное состояние конструкций, которое по своему характеру и по интенсивности усилий полнее и корректнее соответствует фактическому напряженно-деформированному состоянию при землетрясении. Внедрение пространственных расчетных моделей сейсмического воздействия в проектную практику повысит надежность зданий и сооружений, возводимых в сейсмических районах.

Литература

1. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
2. Николаенко Н.А., Назаров Ю.П. Динамика и сейсмостойкость сооружений. – М.: Стройиздат, 1988. – 312 с.
3. Рекомендации по определению расчетной сейсмической нагрузки для сооружений с учетом пространственного характера воздействия и работы конструкции. – М.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 1989. – 142 с.
4. Newmark N.M. A Method of Computation for Structural Dynamics.// *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*. – Vol. 85, 1959. – No. EM3. – pp. 67-94.
5. Немчинов Ю.И., Козырь А.А. Использование конденсации динамических переменных в методе пространственных конечных элементов.// *Строительная механика и расчет сооружений*. – 1985. - №1. – С. 51-54.
6. Игнатьев В.А. Редукционные методы расчета в статике и динамике пластинчатых систем. – Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1992. – 144 с.
7. Игнатьев В.А., Галишникова В.В. Применение метода частотно-динамической конденсации для решения полной алгебраической проблемы собственных векторов и собственных значений.// *Вестник ВолгГАСУ. Сер. естеств. науки*. – 2004. – Вып. 3(10). – С. 3-6.